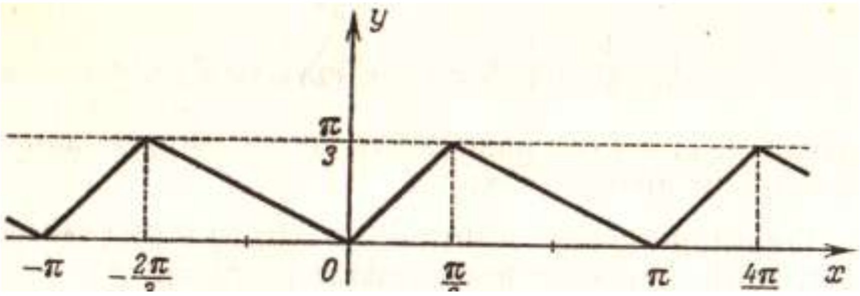
№4392. Графигі 4-суретте көрсетілген функцияны Фурье қатарына жіктеу керек.



4-сурет

№4394. $y = x(\pi - x)$ функциясын $(0, \pi)$ аралығында синустар қатарына жіктеу керек. Алынған нәтижені мына қатардың қосындысын табу үшін қолдану керек:

$$1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \ldots + \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^3} + \ldots$$

СТУДЕНТТІҢ ОҚЫТУШЫМЕН ОРЫНДАЙТЫН ӨЗДІК ЖҰМЫСТАРЫНА ӘДІСТЕМЕЛІК НҰСҚАУЛАР

№1 өздік жұмыс

Тақырыбы: Сандық қатардың жинақтылығы

Әдебиеттер: [7], 179 б., № 2727-2736 (тақ).

№2727-2735 есептерде:

4) Қатардың алғашқы n мүшесінің қосындысын (S_n) табу керек.
5) Жинақтылықтың анықтамасын пайдаланып, қатардың жинақтылығын дәлелдеу керек.
6) Қатардың қосындысын (S) табу керек.

№2727. $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)} + \ldots$

Шешуі. *Бірінші әдіс.* Берілген қатардың дербес қосындылары тізбегін құрамыз:

$$S_1 = \frac{1}{1\cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$S_2 = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} = \frac{2}{3}$$

$$S_3 = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} = \frac{3}{4}$$

Осыдан байқайтынымыз, алғашқы дербес қосындылар алымы дербес қосындының индексіне, ал бөлімі индекстен 1-ге артық санға тең бөлшекті көрсетеді екен. Сондықтан, $S_n = \frac{n}{n+1}$ деп ұйғаруға болады.

Бұл формуланың барлық натурал сандар үшін дұрыс болатынын математикалық индукция әдісімен оңай дәлелдеуге болады.

$n \to \infty$ шекке көшіп, мынаны аламыз:

$$S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1$$

Демек, берілген қатардың қосындысы 1-ге тең, яғни қатар жинақты.

Екінші әдіс. Қатардың жалпы мүшесін екі бөлшектің қосындысы түрінде көрсетейік, яғни анықталмаған коэффициенттер әдісімен қарапайым бөлшектерге жіктейміз: